

---

# Mise en œuvre de l'essai d'indentation pour modéliser le comportement mécanique des aciers

S. Habibi<sup>1\*</sup>, L. Aminallah<sup>2\*</sup>, A. Megueni<sup>3\*\*</sup>, B. OueldChikh<sup>4\*</sup>, A. S. Bouchikhi<sup>5\*\*</sup>

<sup>1</sup>habibismr@yahoo.com

<sup>2</sup>abdamin@yahoo.fr

<sup>3</sup>a\_megueni@yahoo.com

<sup>4</sup>chikhb@yahoo.com

<sup>5</sup>asbouchikhi@yahoo.fr

\* Département des Sciences et techniques, Université Mustapha Stambouli de Mascara, BP305, Mascara 29000, Algérie

\*\* Laboratoire de mécanique des structures et des solides, Université Djillali Liabès de Sidi-Bel-Abbès, Algérie

**Résumé**—La technique *small punch test* (SPT) d'un échantillon en miniature est mise en œuvre pour estimer la charge ultime de l'acier ductile CrMoV. Les courbes caractéristiques par SPT (F-d) pour différentes combinaisons des variables d'essai (épaisseur du spécimen, diamètre du punch et matrice inférieure) ont été examinées. L'objet de cette étude est la mise en œuvre d'une méthodologie d'optimisation susceptible d'évaluer et de concevoir le dimensionnement du dispositif d'indentation qui répond à la fois aux exigences des modèles implémentés et au modèle proposé par le plan d'expériences. On a adopté une démarche fondée sur l'approche comparative entre les plans d'expériences et les deux méthodes (code de pratique européenne et méthode de Norris et Parker). Le modèle mathématique élaboré par plan d'expériences est implémenté sous Matlab, permet à partir d'un espace de recherche considéré (données de références), une optimisation des paramètres du dispositif, en minimisant l'écart entre les modèles étudiés, sous contraintes pratiques liées au système d'indentation "Pièce-Outil-Machine". Les résultats obtenus à une erreur de  $0.5 \cdot 10^{-3}$  permettent de déterminer le domaine admissible.

**Mots clefs**- *small punch test* ; plan d'expériences ; optimisation ; dimensionnement ; contraintes

---

## 1. INTRODUCTION :

Le SPT, telles qu'il est désigné dans la littérature scientifique et technique [1], est une méthode considérée dans la pratique comme non destructive à cause de la taille très réduite de l'échantillon utilisé. Soit par la nécessité de tester les composants de service, sans compromettre leurs performances (centrales thermiques ou nucléaires), ou bien pour réduire la taille de la zone testée (zones affectées thermiquement, les revêtements des matériaux, etc.) pratiquement impossible à caractériser en utilisant les tests mécaniques conventionnels [2]. Parmi les essais miniatures, le SPT qui consiste en l'emboutissage d'un spécimen (de 0.25 à 0.50 mm d'épaisseur et de 3 à 10 mm de côté) par une bille (généralement de diamètre de 1 mm à 2,5 mm)[3]. Parmi les études précédentes concernant l'impact des facteurs caractéristiques du SPT. La méthode normative du code de la pratique européenne [4] exprime le rapport de la contrainte de traction sur le chargement maximal de l'indenteur en fonction de l'épaisseur de l'échantillon, du diamètre de la sphère à indenter et de la matrice inférieure de l'indenteur. Norris et Parker [5], ont également formulé le rapport précédent en fonction des trois variables caractéristiques du dispositif d'indentation. En raison d'absence de dispositif expérimental d'indentation standard et de règlement normatif précisant les conditions et les paramètres choisis pour la conception des équipements nécessaires à cet effet, les trois variables caractéristiques du dispositif d'indentation SPT fréquemment citées dans les publications internationales sont (4-5, 2.5, 0.5) [6], (4, 2.5, 0.5) [7], (3.8, 2.54, 0.5) [8],

(1.5, 1, 0.25) [9]. Le protocole expérimental impose une contrainte technique liant les variables (le diamètre de la matrice inférieure est supérieur au diamètre de la sphère à indenter et de l'épaisseur de l'échantillon) [10]. On se propose d'effectuer une optimisation d'espace de recherche en fixant un écart de  $0.5 \cdot 10^{-3}$  entre les modèles comparés en tenant compte des intervalles des variables et leurs expression de contrainte par un algorithme mathématique associée à un plan d'expériences. Dans un premier temps, le dispositif expérimental est présenté. Ensuite, on procède à l'élaboration d'un plan factoriel complet relatif à l'acier ductile étudié.

Finalement, en s'appuyant sur l'étude comparative entre les modèles implémentés et le modèle proposé afin d'optimiser les variables géométriques du dispositif d'indentation sphérique (SPT).

**2. Dispositif et Protocole Expérimental du SPT :**

L'ensemble de cet outil est couplé à une machine universelle dynamique INSTRON de tests mécaniques. L'essai est effectué pour le contrôle du déplacement à une vitesse de 0,2 mm / min. Un extensomètre vidéo est utilisé pour déterminer la courbe de charge-déplacement (F-d). Ce vidéo extensomètre est capable de mesurer le déplacement du punch. Tous le montage SPT est adapté à une machine d'essais universelle de type INSTRON model 5582, équipé d'une cellule de charge de 20 kN pour des tests calibrés. L'outil d'indentation se compose d'une matrice inférieure rigide sur laquelle repose l'échantillon et une matrice supérieure fileté vers le bas et les deux matrices sont perforés pour permettre le passage du poinçon, pour ensuite déformer l'éprouvette jusqu'à la rupture à l'aide d'un poinçon de tête sphérique (2,5 ou 1 mm de diamètre, respectivement pour les deux types de spécimens mentionnés) comme le montre la figure 2. Les éprouvettes couramment utilisés dans cet essai sont carrés,  $10 \times 10 \text{ mm}^2$  de section et 0,5 mm d'épaisseur ou des disques de 3 mm de diamètre (échantillons couramment utilisés en microscopie électronique de transmission) et 0,25 mm d'épaisseur. Le procédé d'indentation des pièces en acier est très répandu dans le monde de l'industrie et demande un grand savoir-faire pour être parfaitement maîtrisé. Nous utilisons des spécimens en acier ductile de CrMoV.

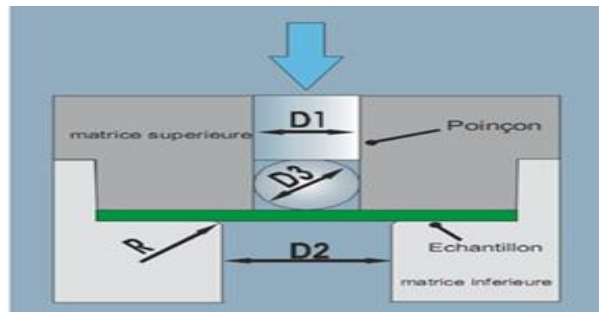


Figure 1. Les paramètres du dispositif d'indentation

	Pastille SPT D = 3 mm	Echantillon carré 10×10 mm <sup>2</sup>	Pastille SPT D = 8 mm	Pastille SPT D=6.35mm
A <sub>2</sub> *R	1.5	4-5	4.0	3.80
D=2*p	1.0	2.5	2.5	2.54
t	0.25	0.5	0.5	0.5

Table 1. Dimensions géométriques du dispositif SPT cite dans plusieurs articles de recherche

La déformation maximale probable est limitée par le diamètre de la matrice inférieure. Certains chercheurs recommandent que les dimensions de l'orifice inférieure pour lequel se déforme le spécimen doit satisfaire l'expression suivante:

$$A \geq D + 2t \quad (1)$$

Selon la littérature doit se conformer à cette relation géométrique de limiter les forces de frottement résultant du contact entre le spécimen et la matrice inférieure.

### 3. Modélisation du Comportement par la Méthode de Plan d'Expériences

La modélisation mathématique consiste à exprimer la réponse ( $\frac{\sigma_m}{P_{max}}$ ) (le rapport entre la contrainte ultime et la charge ultime) qui caractérise le comportement du phénomène étudié en fonction des facteurs R, p, t. Le traitement des résultats se fait à l'aide de la régression linéaire multiple et l'analyse de variance [11].

Facteurs	Symbole	Type	Niveau (-1) ÷ (+1)
Epaisseur (mm)	t	Quantitatif	0.20 - 0.50
Matrice inférieure (mm)	R	Quantitatif	0.75 - 2.00
Punch (mm)	p	Quantitatif	0.50 - 1.25

Table 2. Choix des niveaux des facteurs

La construction de la matrice d'expériences selon "table 3".

tests	t	R	p	$\frac{\sigma_m}{P_{max}}$
1	0.2	0.75	0.5	3.25
2	0.5	0.75	0.5	1.30
3	0.2	2	0.5	3.96
4	0.5	2	0.5	1.58
5	0.2	0.75	1.25	1.08
6	0.5	0.75	1.25	0.43
7	0.2	2	1.25	1.32
8	0.5	2	1.25	0.53

Table 3. Indication des réponses

On effectue donc un plan factoriel complet d'ordre  $2^3$ , en estimant les coefficients du modèle par l'algorithme de Yates [12]. Les résultats sont représentés dans le "Tableau IV".

Test	MOY	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> .X <sub>2</sub>	X <sub>2</sub> .X <sub>3</sub>	X <sub>1</sub> .X <sub>3</sub>	Y <sub>exp</sub>
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	3.25
2	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	1.30
3	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	3.96
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	1.58
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	1.08
6	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	0.43
7	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	1.32
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0.53
Diviseur	8	8	8	8				
Effets	a <sub>0</sub> =1.68	a <sub>1</sub> =0.72	a <sub>2</sub> =0.16	a <sub>3</sub> =-0.84	a <sub>12</sub> =-0.070	a <sub>23</sub> =-0.082	a <sub>13</sub> =0.360	

Table 4. Présentation de plans d'expériences  $2^3$

On obtient ainsi les coefficients du modèle et les effets moyens des facteurs X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub> calculés.

Le modèle polynomial s'écrit sous la forme :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \tag{2}$$

Le traitement du plan d'expérience consiste à estimer grâce à la méthode des moindres carrés, les P coefficients du modèle mathématique et les N résidus.

Donc, le modèle du système étudié s'exprime comme suit :

$$\frac{\sigma_m}{P_{max}} = 1.682 - 0.721.t + 0.164.R - 0.842.p - 0.070.t.R - 0.082.R.p + 0.360.t.p \tag{3}$$

**A. Validation du modèle**

L'estimation du modèle mathématique nécessite le calcul des écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées pour chaque essai par la formule suivante :

$$e_i = \left(\frac{\sigma_m}{P_{max}}\right)_i - \left(\frac{\sigma_m}{P_{max}}\right)_{calculé} \tag{4}$$

Les résidus des réponses sont reportés ci-dessous :

	1	2	3	4	5
1	<b>mechanical ratio</b>	<b>Observed</b>	<b>Predicted</b>	<b>Obs - Pred</b>	<b>Conf. int(±)</b>
2	1	3.25	3.28625	-0.0362499	1.21863
3	2	1.3	1.26375	0.0362499	1.21863
4	3	3.96	3.92375	0.0362499	1.21863
5	4	1.58	1.61625	-0.0362499	1.21863
6	5	1.08	1.04375	0.0362504	1.21863
7	6	0.43	0.46625	-0.0362502	1.21863
8	7	1.32	1.35625	-0.0362498	1.21863
9	8	0.53	0.49375	0.0362497	1.21863
10					
11	N = 8	Q2 =	0.940	Cond. no. =	1,0000
12	DF = 1	R2 =	0.999	Y-miss =	0
13		R2 Adj. =	0.993	RSD =	0.1025
14				Conf. lev. =	0,95

Table 5. Estimation des résidus

Les déviations des résidus explique la bonne dispersion des points cela signifie que le modèle obtenu est acceptable.

**B. Test de signification des coefficients du modèle**

Un estimateur de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

$$s^2 = \frac{1}{n-p} \sum e_i^2 \tag{5}$$

n : Nombre d'expériences effectuées ;  
 p : Nombre des coefficients du modèle mathématique.

Pour l'estimation et la signification des effets des coefficients, on utilise le test de *Student*.

**1) Qualité descriptive du modèle**

Le coefficient de détermination de la qualité descriptive R<sup>2</sup> [13] :

$$R^2 = \frac{SCEL}{STCE} = 1 - \frac{SCER}{STCE} \tag{6}$$

Somme des Carrés des Ecart des Résidus :

$$SCER = \sum(Y_i - Y_i^{est})^2 \quad (7)$$

Somme Totale des Carrés des Ecarts :

$$STCE = SCEL + SCER \quad (8)$$

Somme des Carrés des Ecarts dues à la Liaison :

$$SCEL = \sum(Y_i^{est} - Y_{moy})^2 \quad (9)$$

$Y_i$  : Les réponses observées lors de la réalisation des expériences.

$Y_i^{est}$  : La réponse estimée à l'aide du modèle linéaire.

$Y_{moy}$  : La moyenne des réponses.

En appliquant ces équations on trouve :  $R^2 = 0,999$

## 2) Qualité prédictive du modèle

Le coefficient  $Q^2$  de la Qualité prédictive du modèle [13] est:

$$Q^2 = 1 - \frac{PRESS}{SCM} \quad (10)$$

Prediction Error Sum of Squares:

$$PRESS = \sum_{i=1}^N \frac{(e_i)^2}{(1-h_i)^2} \quad (11)$$

Somme des Carrés des réponses mesurées corrigée de la Moyenne.

$$SCM = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_{moy})^2 \quad (12)$$

En appliquant ces équations on trouve :  $Q^2 = 0,940$

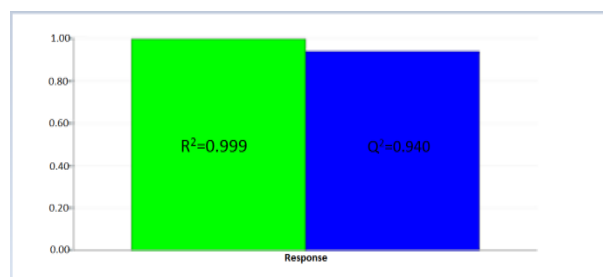


Figure 2. Anova

Le modèle proposé par plan d'expérience est acceptable et permet la prédiction des réponses sans avoir effectué les essais sans éloigner des résultats des tests.

## 3) Analyse graphique des résultats

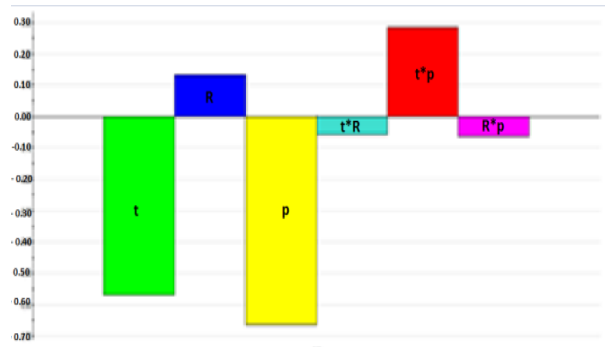


Figure 3. Diagramme de Pareto des trois facteurs et fonctions cumulées des contributions

La construction et la lecture du Diagramme de Pareto relatif à l'obtention d'un rapport mécanique maximal mettent en évidence la prédominance du rôle du facteur taille d'indent sphérique(p) qui apparait le premier avec un bâton plus grand que les autres. Il est également possible de tracer l'historique des contributions des différents facteurs. Ainsi, nous pouvons voir qu'à eux seuls les deux facteurs indent (p) et l'épaisseur (t) expliquent 70% de la variation de la réponse. La contribution du troisième facteur soit le diamètre de la matrice inférieure est dissimulé vue la petitesse de sa valeur de 07.41%.

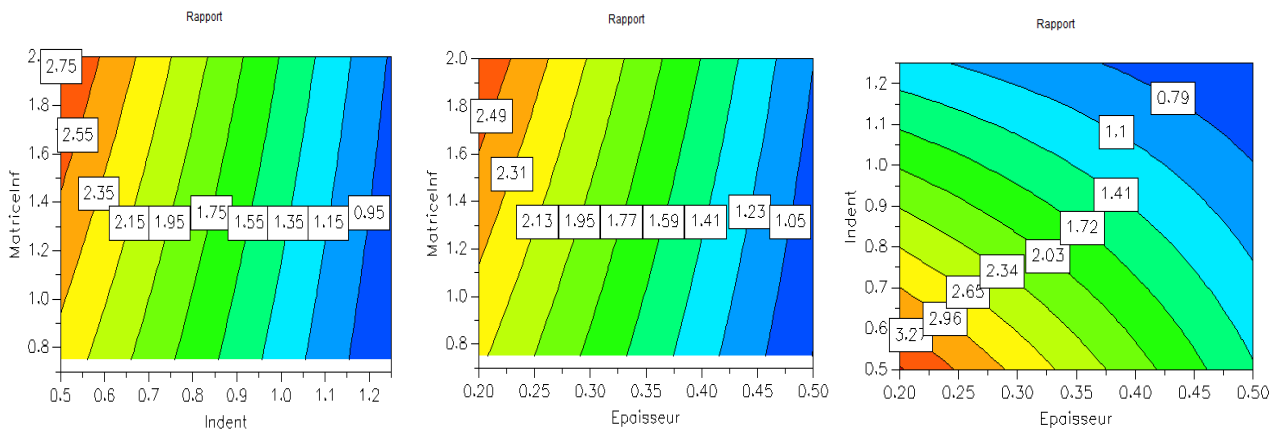


Figure 4. Contours de réponse (Iso-réponses) en fonction de (R,p,t)

- La 1ère courbe: la zone bleue qui est la partie inférieure du graphe elle correspond à une influence mineure des paramètres vu la variation légère de la réponse qui ne dépasse pas les 0.95 mm<sup>-2</sup>. Malgré la taille élevée de l'indent jusqu'à un rayon de 1.25mm, dû à l'effet non significatif du dimensionnement de la matrice inférieure moins de 0.8mm. Analysons le reste des zones à savoir les zones en jaune, orange et rouge. L'ensemble est sous forme d'un « triangle » avec une tête pointue qui représente un point critique dont tous les points expérimentaux convergent vers lui, cela signifie que le comportement du matériau étudié passe à un état différent de celui-ci. Il peut être assimilé à une déformation plastique ou bien la rupture. On constate aussi que cette zone correspond à une variation plus importante de la réponse par rapport aux cas précédents. On atteint un rapport maximal de 2.75 mm<sup>-2</sup> qui est issu de

l'interaction des deux paramètres à savoir l'augmentation du rayon de la matrice jusqu'à 2mm et la diminution du rayon de l'indent d'au moins de 0.55mm.

- Le rapport maximal tend vers une valeur de  $2.49 \text{ mm}^2$  qui provient de l'interaction des deux paramètres. Autrement dit, par l'augmentation du rayon de la matrice jusqu'à 1.6mm et la diminution de l'épaisseur de l'échantillon d'au moins de 0.2mm.
- L'analyse de la 3<sup>ème</sup> courbe montre que la diminution simultanée des deux paramètres nous permet de noter que la variation de la réponse est inversement proportionnelle c'est-à-dire la diminution simultanée de l'épaisseur et du rayon de l'indent peut engendrer une augmentation maximale de la réponse qui atteint  $3.27 \text{ mm}^2$  pour 0.25mm d'épaisseur et 0.6mm de rayon d'indent.
- Il est clair, que pour une augmentation simultanée de l'épaisseur et du rayon d'indent, la variation de la réponse est alternative et instable. On a constaté précédemment, que pour une épaisseur constante l'augmentation du rayon d'indent engendre une diminution de la réponse et pour un rayon d'indent constant, l'augmentation de l'épaisseur induit une augmentation de la réponse. En effet, la variation simultanée de ces deux paramètres suscite une compensation entre eux, à savoir l'un provoque la diminution et l'autre l'augmentation de la réponse. Ce qui explique la courbure des zones.

#### 4. CONCLUSION

- La présente recherche a mis en exergue la pertinence de l'indentation (SPT) dans la caractérisation mécanique des aciers ductiles.
- Le test d'indentation et l'essai de traction sont effectués sur cinq aciers, ce qui a permis de comparer les données produites par un certain nombre de travaux pour établir des corrélations pour les catégories de matériaux spécifiques.
- -Nous avons pris l'initiative de contribuer à la modélisation mathématique de l'expression du rapport mécanique en fonction des caractéristiques géométriques par la méthode des plans d'expériences. L'analyse statistique a permis d'analyser et d'interpréter l'expression de variation des propriétés mécaniques en fonction des paramètres de dimensionnement du dispositif d'indentation (small punch test).
- -Le test « t student » est appliqué pour déterminer les paramètres les plus significatifs. La validité de ces modèles a été testée par l'analyse de la variance.
- Le tracé des effets moyens fait ressortir immédiatement les facteurs importants: la taille de l'indent sphérique a un effet prépondérant sur la variation de la force maximale du punch. L'épaisseur du spécimen influe ensuite sur la force d'indentation. La matrice inférieure apparaît comme un facteur ayant une action beaucoup moins importante sur la réponse.

## REFERENCES

- [1] G.E. Lucas et al, “*recent progress in small specimen test technology*”, J. Nucl, Mater., 307-311, 1600-1008, 2002.
- [2] J. Autillo, M.A. Contreras, C. Betegon, C. Rodrigez, F.J. Belzunce, “*utilizacion del ensayo miniatura de punzonamiento en la caracterizacion mecanica de aceros*”, Anales de Mecanica de la fractura, 23, 77-83, 2006.
- [3] Sinclair, A. N., Lepik, O., Gabbini, M., Mukherjee, B. and Albertini, E., “*Assesment of fracture toughness by a punch test with miniature specimens. ASTM Syposium on Small Specimen Test Techniques and Their Applications to Nuclear Reactor Vessel Thermal Annealing and Plant Life Extension*”, January, Cox, T. B. an, 1992.
- [4] CEN CWA 15627, Workshop Agreement: “*Small punch test method for metallic materials*” (Part A), (European committee for standardization), 2006.
- [5] S. D. Norris and J. D. Parker, “*deformation processes during disc bend loading, Matrials Science and Technology*”, 12, 163-170, 1996.
- [6] F. Dobes, K. Milicka, “*On the Monkman–Grant relation for small punch test data*”, Materials Science and Engineering A336, 245–248, 2002.
- [7] G. Langdon a, “*Yield stress measurements on an Al-1.5% Mg alloy with submicron grain size using a miniature bending procedure*”, materials letters 23, 283-287, 1995.
- [8] F. Hou, H. Xu, Y. Wang, L. Zhang, “*Determination of creep property of 1.25Cr0.5Mo pearlitic steels by small punch test*”, engineering failure analysis, 28, 215–221, 2013.
- [9] G.E. Lucas, “*Review of Small Specimen Test Techniques for Irradiation Testing*”, metallurgical transactions A, 21A, 1990.
- [10] H. J. Shia, J. Lub, P. Shia, X. F. Maa, “*Small punch testing for assessing the fracture properties of the reactor vessel steel with different thicknesses, nuclear engineering and design*”, 238, 3186-3193, 2008.
- [11] j. Goupy, and L. Creighton, “*Introduction aux plans d’expériences*”, DUNOD, 2006.
- [12] M. Pillet, “*Les plans d’expérience par la méthode Taguchi*”, les éditions d’organisation, 2001.
- [13] O. Gaudoin, “*principes et méthodes statistiques*”, ensimag- 2ème Année, INP Grenoble, 2009.